Allineamento in ingresso

Le espressioni con i numeri naturali

Ricorda

Un'espressione è una sequenza di operazioni.

ESEMPIO Questa è un'espressione tra numeri naturali: $2^3 + 5 \cdot 3$.

In un'espressione le operazioni si devono eseguire in questo ordine:

1. prima le potenze,
2. poi le moltiplicazioni e le divisioni, nell'ordine in cui sono scritte,
3. infine le addizioni e le sottrazioni, nell'ordine in cui sono scritte.

ESEMPIO Risolviamo l'espressione $2^3 + 5 \cdot 3$.

1. Prima le potenze: $8 + 5 \cdot 3$.
2. Poi le moltiplicazioni: $8 + 15$.
3. Infine le addizioni: 23.

Come si fa

> Risolviamo un'espressione **senza parentesi**.

1. Se ci sono, calcoliamo le potenze.
2. Calcoliamo i prodotti e i quozienti, nell'ordine in cui sono scritti.
3. Calcoliamo le somme e le differenze, nell'ordine in cui sono scritte.

ESEMPIO Risolviamo l'espressione $3^2 \cdot 5 - 5 \cdot 9 : 3$.

1. Calcoliamo le potenze.

   $9 \cdot 5 - 5 \cdot 9 : 3$

2. Calcoliamo i prodotti e i quozienti, nell'ordine in cui sono scritti.

   $45 - 45 : 3 = 45 - 15$

3. Calcoliamo la differenza.

   $45 - 15 = 30$.

> Risolviamo un'espressione **con le parentesi**.

1. Eseguiamo i calcoli nelle parentesi (prima le tonde, poi le quadre, infine le graffe). All'interno delle parentesi rispettiamo l'ordine delle operazioni descritto sopra.
2. Una volta eliminate le parentesi, facciamo i calcoli rispettando l'ordine delle operazioni.

ESEMPIO Risolviamo l'espressione $(22 : 11) \cdot 3 + [2^4 - (4 + 7)]$.

1. Eseguiamo i calcoli nelle parentesi.

   Partiamo dalle tonde.

   $2 \cdot 3 + [2^4 - 11]$

   Eseguiamo i calcoli nelle parentesi quadre.

   Qui seguiamo l'ordine delle operazioni: prima la potenza e poi la differenza.

   $2 \cdot 3 + [16 - 11] = 2 \cdot 3 + 5$

   Non ci sono parentesi graffe, quindi andiamo avanti.
2. Abbiamo eliminato le parentesi, ora facciamo i calcoli rispettando l'ordine delle operazioni.

   $6 + 5 = 11$

Prova tu

1 Vero o falso?

a. $5 \cdot 4 + 7 \cdot 2 = 34$ V F

b. $7 + 3 \cdot 5 = 50$ V F

c. $11 \cdot 3 - 2 \cdot 11 = 11$ V F

d. $40 : 5 \cdot 2 = 16$ V F

e. $2^3 + 4 - 2 \cdot 5 = 2$ V F

f. $9 \cdot 9 - 3^4 = 1$ V F

2 Vero o falso?

a. $7 \cdot (3 - 2) = 19$ V F

b. Il risultato di $22 \cdot 11 + 12 \cdot 32$ è un numero pari. V F

c. Il triplo del doppio di 6 è uguale al quadrato di 6. V F

d. La differenza tra il cubo di 3 e il quadrato di 2 è pari. V F

3 Test $15 + 2 \cdot 3 =$

A. 18 B. 38 C. 21 D. 51

4 Test $42 : (3 + 4) - 5 =$

A. 13 B. 1 C. 11 D. 21

5 Test $2 \cdot (3^2 - 3 : 3) =$

A. 4 B. 2 C. 0 D. 16

6 Test $3 \cdot (2 + 1) + 1 =$

A. 10 B. 12 C. 8 D. 5

7 Test Che cosa puoi dire sul risultato dell'espressione $(24 + 62) \cdot (35 + 8)$?

A. È dispari.

B. È lo stesso di $(24 \cdot 62) + (35 \cdot 8)$.

C. È lo stesso di $(24 \cdot 35) + (35 \cdot 62)$.

D. È lo stesso di $(24 \cdot 35) + (35 \cdot 62) + (8 \cdot 62) + (8 \cdot 24)$.

ESERCIZI DI RIEPILOGO

Senza fare calcoli, stabilisci se il risultato delle seguenti espressioni è pari o dispari.

1. $5 \cdot 6 \cdot 7$

2. $155 + 187 - 132$

3. $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11$

4. $71 - 31 + 25 - 17$

5. $2 \cdot 139 + 4007$

6. $22 \cdot 86 + 42 \cdot 78$

7. $11 \cdot 5^2 - 3^3 \cdot 9$

8. $2^4 \cdot 7 + 295$

Calcola a mente il risultato di queste espressioni.

9. $6 \cdot 3 - 1$

10. $3 \cdot 4 - 3 \cdot 1$

11. $20 : 4 + 1$

12. $2 \cdot 3 \cdot 5 - 4$

13. $1 + 5 \cdot 2 - 4$

14. $2^2 + 3^2 + 1^2$

15. **Associa** a ogni espressione nella prima colonna il suo risultato nella seconda colonna.

a.	$5 \cdot 3 + 2^2$	1.	35
b.	$15 : (3 + 2)$	2.	7
c.	$5 \cdot (3 + 4)$	3.	16
d.	$2^2 \cdot 3 + 6 : 3$	4.	6
e.	$15 : 3 + 2$	5.	10
f.	$(12 + 6) : 3$	6.	14
g.	$9 + 21 : 3$	7.	19
h.	$(9 + 21) : 3$	8.	3

Completa con uno di questi simboli: +, –, · , : .

16. $6 + 6 : 2 - 2$ ____ $2 = 5$

17. $(2 + 8) : 2$ ____ $3 = 8$

18. $8 \cdot (3$ ____ $3) + 1 = 9$

19. $(9$ ____ $3) : 3 - 3 = 1$

20. $(5$ ____ $7) : 4 \cdot 3 = 3^2$

21. $2^3 : (6$ ____ $2) + 5 = 7$

22. $8 + 3$ ____ $(9 - 1) = 3$

23. $(4$ ____ $6) : 8 - 3 = 0$

Calcola a mente il risultato di queste espressioni.

24. $(1 - 1) \cdot 3$

25. $(9 + 10) + 11$

26. $(23 + 21) + 10$

27. $(32 + 15) + 20$

28. $(3 \cdot 4) + 1$

29. $(4 + 4 \cdot 4) : 4$

30. $(2 - 1 \cdot 2) : 3$

31. $6 + 6 : (2 + 1)$

32. $2 \cdot (10 - 3)$

33. $7 \cdot (5 + 6)$

34. $(7 + 2^2) \cdot 2$

35. $5 \cdot (1 + 2 + 2)$

36. $(7 \cdot 7) + 4$

37. $(3 \cdot 3) \cdot 3$

38. $2 + (7 \cdot 5)$

39. $(6 \cdot 7) + 2$

40. $(20 \cdot 3) - 3$

41. $7 \cdot (8 - 3)$

42. $3 + (11 \cdot 4)$

43. $(10 \cdot 2^3) - 7$

44. $(6 - 1) \cdot 11$

45. $[(6 : 3) \cdot 7] + 40$

46. $(3 \cdot 3) + (4 \cdot 4)$

47. $(66 - 14) - (2 : 2)$

48. $(6 \cdot 11) - 2^3$

49. $(5 \cdot 8) - (2 \cdot 2)$

50. $[(3 \cdot 3) \cdot 5] + 2$

51. $(5 \cdot 2^2 \cdot 3) - 8$

52. $(5 \cdot 10) + (6 + 1)$

53. $[(10 - 3) \cdot 11] + 8$

54. $[20 \cdot (3 + 1)] - 4$

55. $[10 \cdot (10 : 2)] + 3$

56. $[7 - 4^2 : (8 - 2 \cdot 2)]$

Risolvi le seguenti espressioni.

57. $3 \cdot 5 - 26 : 2$ [2]

58. $(5 + 2) \cdot (7 - 4) + 11$ [32]

59. $6^2 : 3 + (2 + 5) \cdot 3$ [33]

60. $[(12 - 5) \cdot (15 - 7) + 4] : (3 + 7)$ [6]

61. $[(9 - 4) \cdot (15 - 6) + 5] - [(7 \cdot 3) - (5 \cdot 4)]$ [49]

62. $[(2 + 8) : (16 - 7 \cdot 2)] - \{[(4 + 3) \cdot (7 - 5)] : (4 + 3)\}$ [3]

63. $15 - [8 + 12 : (6 - 2) + 2]$ [2]

64. $(30 : 5 + 10 : 2 + 4) : 3 - 2$ [3]

65. $(1 + 2 \cdot 3 - 4) \cdot 5 + 1$ [16]

66. $2 \cdot (3 \cdot 4 - 3 \cdot 4) \cdot 5$ [0]

67. $(1 + 3 \cdot 5) \cdot 3 : 2 - 10$ [14]

68. $10 \cdot [3 - 2 + 4 \cdot (3 - 2 + 1)]$ [90]

69. $[(5 \cdot 6 - 2 \cdot 3 \cdot 4) + 4 : 2] : 2$ [4]

70. $2 \cdot (2 \cdot 3 + 4) - 2 \cdot 3 + 1$ [15]

71. $(36 : 9 + 30 : 3 - 40 : 8) : 3$ [3]

72. $3 + 2 \cdot [(3 \cdot 2^3 : 4) : 2 + 1] + 10 - 2 \cdot 3 \cdot 2 + 1$ [10]

73. $2 + [(10 \cdot 3 - 2) : 7 + 1] \cdot [(10 \cdot 4 - 5) : 7 - 1]$ [22]

74. $(6 - 2 \cdot 2) \cdot \{11 \cdot 2 - 2 \cdot [3 + 2 \cdot (1 + 2)]\}$ [8]

75. $(5 \cdot 4 + 3 \cdot 7 - 1) : 8 + 15 + 10 \cdot 2 \cdot 5$ [120]

76. $[(9 \cdot 3 + 5) : 8 + 2] \cdot 10 + [(2 \cdot 3 - 1) \cdot 4] \cdot 2$ [100]

77. $(4 - 2) \cdot (6 - 3 - 1) \cdot (10 : 2 + 1) + 15 : 3$ [29]

78. $\{2 \cdot [2 + 3 \cdot (8 : 2 + 2)] - 10\} : (2 + 2 + 2)$ [5]

79. $0 \cdot (21 + 19) + 13 + (21 + 12) : 11 + 10$ [26]

80. $\{[(22 - 1) : 3 + 2^3] : 3 + 7\} : 3 + 10 + 6$ [20]

81. $\{[(2 \cdot 4 + 3 \cdot 4) \cdot 5 + 6] - 7 \cdot 8\} : 50 - 1$ [0]

Allineamento in ingresso

La divisibilità e la scomposizione in fattori primi

Ricorda

Consideriamo due numeri naturali generici *a* e *b*.

a è un **multiplo** di *b* se esiste un numero naturale *c* che moltiplicato per *b* dà come prodotto *a*:

$a = c \cdot b$.

I multipli di un numero sono infiniti.

ESEMPIO I multipli di 4 sono: **0** $=4 \cdot 0$, **4** $=4 \cdot 1$, **8** $=4 \cdot 2$, **12** $=4 \cdot 3$, …

Consideriamo due numeri naturali generici *a* e *b*, con *b* diverso da 0.

b è un **divisore** di *a* se la divisione *a* : *b* dà resto 0.

In questo caso, diciamo che *a* è **divisibile** per *b*.

I divisori di un numero sono un numero finito.

ESEMPIO

- 7 è un divisore di 21, perché 21 : 7 = 3. Quindi 21 è divisibile per 7.
- 5 non è un divisore di 21 perché 21 : 5 = 4 con resto 1. Quindi 21 non è divisibile per 5.
- I divisori di 21 sono: 1, 3, 7, 21.

Chiamiamo **numeri primi** i numeri naturali diversi da 0 e da 1, che sono divisibili solo per 1 e per se stessi.

I numeri primi sono infiniti e 2 è l'unico numero primo pari.

ESEMPIO

- 13 è un numero primo, perché è divisibile solo per 1 e 13.
- 9 non è un numero primo, perché è divisibile per 1 e per 9, ma anche per 3.

Come si fa?

> Usiamo i **criteri di divisibilità** per stabilire se un numero è divisibile per un altro numero.

1. Se è possibile, applichiamo uno o più criteri.
2. Altrimenti facciamo la divisione e verifichiamo che abbia resto 0.

Un numero è divisibile per	**se**	**ESEMPIO**
2	l'ultima cifra è pari.	25**6** è divisibile per 2 perché **6** è pari.
3 (o per 9)	la somma delle cifre è divisibile per 3 (o per 9).	582 è divisibile per 3 perché 5 + 8 + 2 = 15 che è divisibile per 3.
4 (o per 25)	le ultime due cifre sono divisibili per 4 (o per 25) o sono 00.	3**20** è divisibile per 4 perché **20** è divisibile per 4. 475 è divisibile per 25 perché 75 è divisibile per 25.
5	l'ultima cifra è 0 oppure 5.	42**0** è divisibile per 5.
10	l'ultima cifra è 0.	35**0** è divisibile per 10.
11	sommando le cifre di posto pari e poi quelle di posto dispari, la differenza fra il risultato maggiore e quello minore è divisibile per 11.	2**7**2**8** è divisibile per 11 perché (**7** + **8**) – (2 + 2) = 15 – 4 = 11.

Non esiste un criterio di divisibilità per 7: per stabilire se un numero è divisibile per 7 bisogna eseguire la divisione e verificare che il resto sia 0.

Prova tu

1 Vero o falso?

a. 4628 è multiplo di 3. V F
b. 7434 è divisibile per 9. V F
c. 670 è divisibile per 2. V F
d. 11 è divisore di 286. V F

2 Vero o falso?

a. 545 è multiplo di 5 ma non di 25. V F
b. 436 è divisibile per 2 e per 4. V F
c. 10 è un divisore di 435. V F
d. 3 è divisore di 488. V F

3 Vero o falso?

a. 19 è un numero primo. V F
b. 39 è un numero primo. V F
c. I multipli di 6 sono anche multipli di 3. V F
d. I multipli di 2 sono anche multipli di 8. V F
e. Tutti i multipli di 6 sono numeri pari. V F
f. Tutti i numeri primi sono numeri dispari. V F

4 Vero o falso?

a. 125 è multiplo di 23. V F
b. 135 non è multiplo di 14. V F
c. 770 è divisibile per 100. V F
d. 420 è multiplo di 7. V F

5 Test Quale dei seguenti è sia un numero primo sia un divisore di 81?

A. 2 B. 3 C. 9 D. 27

6 Test Quale dei seguenti è un divisore di 150 e *non* è un numero primo?

A. 3 B. 5 C. 15 D. 60

7 Test Quale dei seguenti è sia un multiplo di 5 sia un divisore di 60?

A. 35 B. 18 C. 15 D. 12

8 Test 143 è un multiplo di:

A. 7. B. 9. C. 21. D. 11.

9 Test Per quale di questi numeri *non* è divisibile 168?

A. 6 B. 7 C. 8 D. 13

10 Test 594 *non* è multiplo di uno solo di questi numeri. Quale?

A. 6 B. 7 C. 9 D. 11

11 Test 11 è un divisore di:

A. 473. B. 483. C. 373. D. 333.

Ricorda

Se un numero non è primo, si può **sempre scomporre in fattori primi**, cioè si può sempre scrivere sotto forma di un prodotto in cui tutti i fattori sono numeri primi o potenze di numeri primi.
La scomposizione in fattori primi di un numero è unica.

ESEMPIO

- $15 = 3 \cdot 5$ è la scomposizione in fattori primi di 15.
- $56 = 8 \cdot 7$ non è la scomposizione in fattori primi di 56, perché 8 non è un numero primo. Allora scriviamo 8 come potenza di un numero primo: $8 = 2^3$.

  La scomposizione in fattori primi di 56 è:

  $56 = 2^3 \cdot 7$.

Come si fa?

> Scomponiamo un numero in fattori primi.

1. Prepariamo una tabella a due colonne: scriviamo nella prima colonna il numero da scomporre e nella seconda colonna un suo divisore che sia un numero primo.
2. Eseguiamo la divisione tra i due numeri e scriviamo il risultato nella prima colonna.
3. Ripetiamo il procedimento fino a quando otteniamo il quoziente 1.
4. La scomposizione in fattori primi è il prodotto dei numeri della seconda colonna.

Per trovare più facilmente i numeri da scrivere nella seconda colonna, si possono usare i criteri di divisibilità.
Può essere comodo partire dal numero primo più piccolo, cioè 2, e poi passare a 3, a 5, ecc. Ma non è obbligatorio.

ESEMPIO Scomponiamo 252 in fattori primi.

1. Prepariamo una tabella a due colonne: scriviamo nella prima colonna 252 e nella seconda colonna un suo divisore che sia un numero primo, per esempio 2.

252	2

2. Eseguiamo la divisione 252 : 2 e scriviamo il risultato nella prima colonna, sotto a 252.
   252 : 2 = 126

252	2
126	

3. Ripetiamo il procedimento fino a quando otteniamo il quoziente 1.

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

5. La scomposizione in fattori primi di 252 è il prodotto dei numeri della seconda colonna.
   Possiamo scrivere il prodotto usando le potenze:
   $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Prova tu

1 Test Qual è la scomposizione in fattori primi di 20?

A. $5 \cdot 4$ B. $20 \cdot 1$ C. $2^2 \cdot 5$ D. $5^2 \cdot 2^2$

2 Test Qual è la scomposizione in fattori primi di 84?

A. $2 \cdot 3 \cdot 7$ C. $4 \cdot 3 \cdot 7$

B. $2^2 \cdot 3 \cdot 7$ D. $2^2 \cdot 21$

ESERCIZI DI RIEPILOGO

1. Scrivi tutti i numeri primi minori di 50.

2. Completa Scrivi tutti i divisori di 36:

…, …, …, …, …, …, …, …, 36.

3. Scrivi tutti i divisori di 45.

4. Completa Scrivi i multipli di 7 minori di 50:

…, …, …, …, …, …, … .

5. Scrivi i multipli di 15 compresi tra 0 e 100.

6. Scrivi i primi dieci multipli di 12.

7 **Trova gli errori** Correggi questa frase:

«I multipli di 8 sono: 8, 16, 24, 32, 40, 56, 64, 72 e 80.»

8 **Completa** queste scomposizioni in fattori primi.

16	2
8	…
…	…
…	…
1	

16 = ...

27	3
…	…
…	…
1	

27 = ...

126	…
…	…
…	…
…	…
1	

126 = ...

350	…
…	…
…	…
…	…
1	

350 = ...

9. Completa

a. $2200 = 2^{\dots} \cdot \dots^2 \cdot 11$

b. $6125 = \dots^3 \cdot 7^{\dots}$

c. $5400 = \dots^3 \cdot 3^{\dots} \cdot \dots^2$

Scrivi le scomposizioni in fattori primi di questi numeri.

10.	42	**20.**	228	**30.**	616
11.	56	**21.**	264	**31.**	750
12.	72	**22.**	280	**32.**	825
13.	75	**23.**	294	**33.**	875
14.	85	**24.**	385	**34.**	1080
15.	88	**25.**	416	**35.**	1134
16.	98	**26.**	450	**36.**	1225
17.	104	**27.**	483	**37.**	1755
18.	143	**28.**	500	**38.**	2520
19.	180	**29.**	592	**39.**	2662

40. **Associa** a ogni numero la sua scomposizione in fattori primi.

1. 4900	a. $2 \cdot 5 \cdot 7^2$
2. 140	b. $2 \cdot 5^2 \cdot 7$
3. 350	c. $2^2 \cdot 5 \cdot 7$
4. 280	d. $2^3 \cdot 5 \cdot 7$
5. 70	e. $2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
6. 700	f. $2 \cdot 5 \cdot 7$
7. 490	g. $2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

41. **Trova gli errori** Queste scomposizioni in fattori primi contengono degli errori. Trovali e correggili.

a. $36 = 4 \cdot 3^2$

b. $12 = 2^2 \cdot 3^2$

c. $1400 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

d. $81 = 9^2$

Allineamento in ingresso

Il massimo comune divisore (MCD) e il minimo comune multiplo (mcm)

Ricorda

Il **massimo comune divisore** (**MCD**) di due o più numeri naturali è il numero più grande che li divide tutti.

ESEMPIO Cerchiamo il MCD di 15 e 21.

Scriviamo i divisori di 15: 1, 3, 5, 15.

Scriviamo i divisori di 21: 1, 3, 7, 21.

I divisori comuni sono 1 e 3 e il MCD è il maggiore, cioè 3.

Il MCD di due o più numeri esiste sempre perché 1 divide tutti i numeri naturali. Se il MCD di due numeri è 1, questi si dicono **primi tra loro**.

Come si fa?

> Calcoliamo il MCD di due o più numeri **con la definizione**.

1. Scriviamo tutti i divisori dei numeri dati.
2. Il MCD è il maggiore tra i divisori comuni ai numeri.

ESEMPIO Calcoliamo il MCD di 30 e 42 con la definizione.

1. Scriviamo tutti i divisori di 30 e 42.

   30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

   42: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42
2. Il MCD è il maggiore tra i divisori comuni ai due numeri.

   I divisori comuni a 30 e 42 sono 1, 2, 3, 6.

   Quindi MCD(30; 42) = 6.

> Calcoliamo il MCD di due o più numeri **con la scomposizione** in fattori primi.

1. Scomponiamo in fattori primi i numeri dati.
2. Il MCD è il prodotto dei fattori presenti in entrambe le scomposizioni, presi con l'esponente minore.

ESEMPIO Calcoliamo il MCD di 54 e 180 con la scomposizione.

1. Scomponiamo in fattori primi 54 e 180.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 54 = 2 \cdot 3^3$$

2. Moltiplichiamo tra loro i fattori presenti in entrambe le scomposizioni, presi con l'esponente minore.

$180 = 2^2 \cdot \mathbf{3^2} \cdot 5$

$54 = \ \mathbf{2} \cdot \ 3^3$

$\mathrm{MCD}(180; 54) = 2 \cdot 3^2 = 18$

Prova tu

1 Vero o falso?

a. MCD(5; 15) = 1 V F

b. MCD(8; 12) = 4 V F

c. MCD(15; 63) = 3 V F

d. MCD(21; 56) = 7 V F

e. MCD(100; 101) = 10 V F

2 Test Qual è il MCD di 35 e 72?

A. 1 B. 3 C. 15 D. 0

3 Test Quale coppia di numeri ha 2 come MCD?

A. 18 e 81 B. 12 e 36 C. 18 e 34 D. 18 e 36

4 Test Quale coppia di numeri ha 14 come MCD?

A. 42 e 70 B. 28 e 82 C. 70 e 140 D. 28 e 35

Ricorda

Il **minimo comune multiplo** (**mcm**) tra due o più numeri naturali è il più piccolo multiplo, diverso da 0, di tutti i numeri dati.

ESEMPIO Cerchiamo il mcm tra 15 e 21.

Scriviamo alcuni multipli di 15 diversi da 0: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105…

Scriviamo alcuni multipli di 21 diversi da 0: 21, 42, 53, 84, 105…

Ci possiamo fermare quando troviamo il primo multiplo comune, in questo caso 105. Questo numero è il mcm.

Il mcm tra due o più numeri esiste sempre.

Se due numeri sono primi tra loro, il loro mcm è il loro prodotto.

Come si fa?

> Calcoliamo il mcm di due o più numeri **con la definizione**.

1. Scriviamo i primi multipli, diversi da 0, di ognuno dei due numeri.
2. Il mcm è il più piccolo dei multipli comuni.

ESEMPIO Calcoliamo il mcm di 30 e 42 con la definizione.

1. Scriviamo i primi multipli diversi da 0 di ognuno dei due numeri.

   30: 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240…

   42: 42, 84, 126, 168, 210… (ci fermiamo perché 210 è in comune)
2. Il mcm è il minore tra i multipli comuni ai due numeri.

   Quindi mcm(30; 42)=210.

> Calcoliamo il mcm di due o più numeri **con la scomposizione** in fattori primi.

1. Scomponiamo in fattori primi i numeri dati.
2. Il mcm è il prodotto dei fattori presenti in almeno una scomposizione, presi con l'esponente maggiore.

ESEMPIO Calcoliamo il mcm di 54 e 180 con la scomposizione.

1. Scomponiamo in fattori primi 54 e 180.

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$54 = 2 \cdot 3^3$

2. Moltiplichiamo tra loro i fattori presenti in almeno una scomposizione, presi con l'esponente maggiore.

$180 = \mathbf{2^2} \cdot 3^2 \cdot \mathbf{5}$

$54 = \ \ 2 \cdot \ \mathbf{3^3}$

$\text{MCD}(180; 54) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$

Prova tu

1 Vero o falso?

a. mcm(5; 15) = 75 V F

b. mcm(8; 12) = 40 V F

c. mcm(15; 63) = 150 V F

d. mcm(21,56)=112 V F

2 Test Qual è il mcm di 18 e 27?

A. 486 B. 54 C. 27 D. 45

3 Test Qual è il mcm di 42 e 63?

A. 63 B. 105 C. 252 D. 126

4 Test Quale coppia di numeri ha 162 come mcm?

A. 9 e 81 B. 18 e 72 C. 18 e 81 D. 18 e 90

ESERCIZI DI RIEPILOGO

Determina il MCD e il mcm delle seguenti coppie di numeri.

1. 11, 33
2. 12, 40
3. 20, 28
4. 5, 17
5. 18, 22
6. 25, 60
7. 30, 42
8. 11, 15
9. 28, 35
10. 18, 72
11. 72, 108
12. 84, 196
13. 180, 378
14. 105, 165
15. 140, 175
16. 240, 440
17. 91, 132
18. 18, 30, 42
19. 72, 90, 198
20. 56, 96, 189

Completa.

21. a = 24 b = … MCD(a; b) = 2 mcm(a; b) = 120
22. a = … b = 15 MCD(a; b) = 3 mcm(a; b) = 90
23. a = 63 b = … MCD(a; b) = 3 mcm(a; b) = 441
24. a = … b = 20 MCD(a; b) = 20 mcm(a; b) = 360

Trova due numeri a e b che abbiano il MCD e il mcm indicati. Non c'è una sola risposta esatta.

25. MCD(a; b) = 4 mcm(a; b) = 60
26. MCD(a; b) = 6 mcm(a; b) = 36
27 MCD(a; b) = 15 mcm(a; b) = 225
28. MCD(a; b) = 24 mcm(a; b) = 720

29. **Associa** a ogni coppia di numeri nella prima colonna i valori del loro MCD e del loro mcm nella seconda colonna.

1. a = 32 e b = 10
2. a = 80 e b = 50
3. a = 25 e b = 40
4. a = 10 e b = 8
5. a = 20 e b = 16
6. a = 32 e b = 10

a. MCD(a; b) = $2^2 \cdot 5$ e mcm(a; b) = $2^3 \cdot 5^2$
b. MCD(a; b) = 2 e mcm(a; b) = $2^5 \cdot 5$
c. MCD(a; b) = 2 e mcm(a; b) = $2^3 \cdot 5$
d. MCD(a; b) = 2^2 e mcm(a; b) = $2^3 \cdot 5$
e. MCD(a; b) = $2 \cdot 5$ e mcm(a; b) = $2^4 \cdot 5^2$
f. MCD(a; b) = 2^2 e mcm(a; b) = $2^4 \cdot 5$

Allineamento in ingresso

Le operazioni tra numeri interi

Ricorda

0, 1, 2, 3,… sono numeri naturali.

Se associamo a ogni numero naturale un segno, + oppure −, otteniamo l’insieme ℤ dei **numeri interi**:

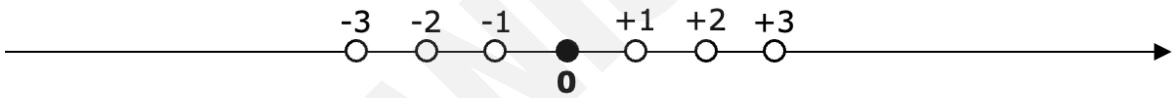
…, −3, −2, −1, 0, +1, +2, +3, …

I numeri con il segno + sono **positivi**, quelli con il segno − sono **negativi**.

Lo 0 è l’unico numero senza segno: −0 = +0 = 0.

Possiamo disporre i numeri interi sulla retta orientata:

- i numeri positivi sono *maggiori di 0* e sono a destra del numero 0,
- i numeri negativi sono *minori di 0* e sono a sinistra del numero 0.



Due numeri che hanno lo stesso segno sono **concordi**.

Due numeri che hanno segno diverso sono **discordi**.

Due numeri che derivano dallo stesso numero naturale e hanno segno diverso sono **opposti**.

ESEMPIO

+3 e +4 sono concordi e positivi.

−4 e −6 sono concordi e negativi.

−5 e +7 sono discordi.

−2 e +2 sono opposti.

Chiamiamo **valore assoluto** di un numero intero il numero naturale da cui esso deriva.

ESEMPIO

Il valore assoluto di +2 è 2.

Il valore assoluto di −4 è 4.

Il valore assoluto di 0 è 0.

Come si fa

> Confrontiamo due numeri interi.

1. Se sono discordi è maggiore il numero positivo.
2. Se sono concordi e positivi è maggiore il numero con il valore assoluto maggiore.
3. Se sono concordi e negativi è maggiore il numero con il valore assoluto minore.

ESEMPIO Confrontiamo +2 e −4.

Siamo nel caso 1: i numeri sono discordi, quindi è maggiore il numero positivo.

$+2 > -4$

ESEMPIO Confrontiamo +3 e +5.

Siamo nel caso 2: i numeri sono concordi e positivi, quindi è maggiore il numero con il valore assoluto maggiore.

$+3 < +5$ perché $3 < 5$.

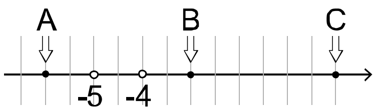
ESEMPIO Confrontiamo −8 e −10.

Siamo nel caso 3: i numeri sono concordi e negativi, quindi è maggiore il numero con il valore assoluto minore.

$-8 > -10$ perché $8 < 10$.

Prova tu

1 Test A quale punto della retta corrisponde -3?

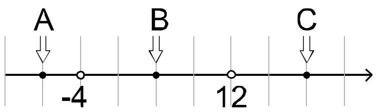


A

B

C

2 Test A quale punto della retta corrisponde $+16$?

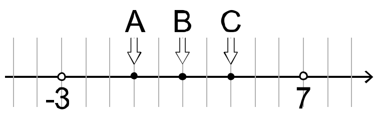


A

B

C

3 Test A quale punto della retta corrisponde 0?

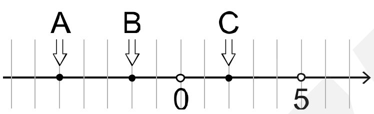


A

B

C

4 Test A quale punto della retta corrisponde l'opposto di 5?



A

B

C

5 Vero o falso?

a. $+4 > +3$	V	F	d. $+10 < 0$	V	F
b. $-5 < -7$	V	F	e. $-4 > +2$	V	F
c. $-4 < 0$	V	F	f. $+7 > -5$	V	F

Ricorda

La **somma di due numeri interi concordi** è un numero intero che ha:

- lo stesso segno degli addendi,
- come valore assoluto la somma dei valori assoluti degli addendi.

ESEMPIO

$(+4) + (+2) = +(4 + 2) = +6$

Possiamo scrivere anche $+4 + 2 = +6$.

ESEMPIO

$(-5) + (-3) = -(5 + 3) = -8$

Possiamo scrivere anche $-5 - 3 = -8$.

La **somma di due numeri interi discordi** è un numero intero che ha:

- il segno del numero con valore assoluto maggiore,
- come valore assoluto la differenza tra il valore assoluto maggiore e il valore assoluto minore.

ESEMPIO Calcoliamo $(-11) + (+5)$.

Il segno del risultato è $-$ perché $11 > 5$, quindi:

$(-11) + (+5) = -(11 - 5) = -6$.

Possiamo anche scrivere $-11 + 5 = -6$.

La **differenza** di due numeri interi è la somma tra il primo numero (minuendo) e l'opposto del secondo (sottraendo).

ESEMPIO

$(-1) - (+4) = (-1) + (-4) = -(4 + 1) = -5$

Il **prodotto** di due numeri interi è un numero intero che ha:

- il segno dato dalla regola dei segni (vedi sotto),
- il valore assoluto uguale al prodotto dei valori assoluti.

REGOLA DEI SEGNI

$+ \cdot + = +$
$- \cdot - = +$ quindi il prodotto di due numeri concordi è positivo

$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$ quindi il prodotto di due numeri discordi è negativo

ESEMPIO

$(+3) \cdot (+2) = +(3 \cdot 2) = +6$

$(-5) \cdot (-3) = +(5 \cdot 3) = +15$

$(+4) \cdot (-3) = -(4 \cdot 3) = -12$

$(-7) \cdot (+2) = -(7 \cdot 2) = -14$

Il **quoziente** di due numeri interi (con il secondo diverso da zero) è un numero intero che ha:

- il segno dato dalla regola dei segni (vedi sotto),
- il valore assoluto uguale al quoziente dei valori assoluti.

REGOLA DEI SEGNI (è uguale a quella del prodotto)

$+ : + = +$
$- : - = +$ quindi il quoziente di due numeri concordi è positivo

$+ : - = -$
$- : + = -$ quindi il quoziente di due numeri discordi è negativo

ESEMPIO

$(+12) : (+2) = +(12 : 2) = +6$

$(-15) : (-3) = +(15 : 3) = +5$

$(+14) : (-2) = -(14 : 2) = -7$

$(-27) : (+9) = -(27 : 9) = -3$

La **potenza** a^n di un numero intero è un numero intero che ha segno

- positivo se $a > 0$ oppure se $a < 0$ e n è un numero naturale pari,
- negativo se $a < 0$ e n è un numero naturale dispari,

e valore assoluto uguale alla potenza del valore assoluto.

ESEMPIO

$(+2)^3 = +(2^3) = +8$ perché $+2 > 0$.

$(-3)^2 = +(3^2) = +9$ perché $-3 < 0$ e l'esponente 2 è pari.

$(-2)^5 = -(2^5) = -32$ perché $-2 < 0$ e l'esponente 5 è dispari.

Come si fa?

> Calcoliamo il risultato di un'**espressione** con i numeri interi.

1. Eseguiamo i calcoli nelle parentesi (prima le tonde, poi le quadre, infine le graffe). All'interno delle parentesi rispettiamo l'ordine delle operazioni:
   - prima le potenze,
   - poi le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine in cui sono scritte,
   - infine le addizioni e le sottrazioni nell'ordine in cui sono scritte.
2. Una volta eliminate le parentesi, facciamo i calcoli rispettando l'ordine delle operazioni.

ESEMPIO Calcoliamo il risultato di questa espressione.

$\{[(-1)^2 - 2^2] \cdot 4 - 8\} - 5 \cdot (-1) =$

$\{[1 - 4] \cdot 4 - 8\} - (-5) =$

$\{-3 \cdot 4 - 8\} + 5 =$

$\{-12 - 8\} + 5 =$

$-20 + 5 = -15$

Prova tu

1 Vero o falso?

a. $+10 + 25 = +35$ V F

b. $(-12) \cdot (+2) = +24$ V F

c. $-10 - 40 = -30$ V F

d. $(-1)^{17} = -1$ V F

e. $(+144) : (-12) = -12$ V F

f. $(-12) - (+2) = -14$ V F

2 Vero o falso?

a. $(-2) \cdot (-7) - 5 = -19$ V F

b. $(+4) \cdot [(-15) : 3)] = -20$ V F

c. $(+4) \cdot (-3) + (-144) : (-12) = 0$ V F

d. $7 + 5 - 4 \cdot (-2) = 7$ V F

e. $32 : (-8) + 15 : 3 = 1$ V F

3 Test Quale delle seguenti espressioni ha come risultato 4?

A. $(+10) - (-2) \cdot (+3)$

B. $(+21) : (-7) - 1$

C. $(-2)^3 + (-2)^2 \cdot (+3)$

D. $(+12) : (-2) + (-6) : (-2)$

4 Test Quale delle seguenti espressioni è positiva?

A. -3^2 B. $-(-3)^2$ C. $(-3)^2$ D. $-(+3)^2$

5 Test Quale delle seguenti espressioni è negativa?

A. $-(7^2)$ B. $(-7)^2$ C. $-(-7)^3$ D. $(+7)^3$

6 Test Quale delle seguenti espressioni è negativa?

A. $(-1000)^{200}$

B. $(-200)^{1000}$

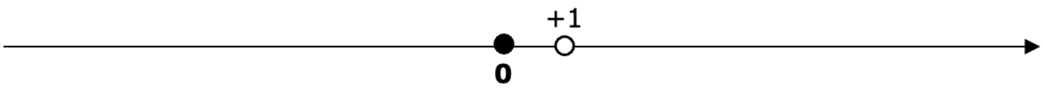
C. $(-10)^{2001}$

D. $-(-10)^{2001}$

ESERCIZI DI RIEPILOGO

1. Rappresenta sulla retta in figura questi numeri interi:

$+4$, -3, $+3$, -1, -6,



2. Associa a ogni espressione nella prima colonna il suo risultato nella seconda colonna.

a. $(+5) \cdot (-7)$	1. $+35$
b. $(+5) \cdot (+7)$	2. -54
c. $(-6) \cdot (-9)$	3. $+54$
d. $(-6) \cdot (+9)$	4. -35

Rappresenta sulla retta orientata in figura i risultati delle operazioni (esercizi 2-9). Scegli tu un'unità di misura che ti permetta di inserire tutti i numeri sulla stessa retta senza uscire dai margini del foglio.

3. $-12 + 7$

4. $(-2)^2$

5. $-14 + (-4)$

6. $-20 : (-2)$

7. $-14 + 20$

8. $(-7) \cdot 0$

9. $(-9)^0$

10. $0 - 10$

Risolvi a mente le seguenti espressioni.

11. $-20 + (-5)$

12. $(-3)^1$

13. $70 - (-2)$

14. $-7 - (-11)$

15. $(-5)^2$

16. $22 + (-8)$

17. $(-7) \cdot (-6)$

18. $(-1)^{10}$

19. $-4 - (-85)$

20. $(-3)(+2)(+2)$

21. $19 - (-7)$

22. $0 - (-17)$

23. $-3 - (-20)$

24. $-23 + 14$

25. $(-5)(+2)(-1)$

26. $80 - (-12)$

27. $(-6)^2$

28. $-70 + (-12)$

29. $23 - (-34)$

30. $-4\ (-7)$

31. $-15 - (-5)$

32. $-33 + 51$

33. $13 - 45$

34. $50 - (-41)$

Calcola il risultato delle seguenti espressioni.

35. $3 \cdot 5 - 26 : 2$ [+2]

36. $(5 + 2) \cdot (7 - 4) + 11$ [+32]

37. $(36 : 3) + (2 + 5) \cdot 3$ [+33]

38. $42 : (-6) + [(3 - 5) \cdot (9 - 4)]$ [-17]

39. $[(13 + 5) : (4 - 10)] - [(4 - 5) \cdot 2]$ [-1]

40 $[(9 - 4) \cdot (15 - 6) + 5] - [(7 \cdot 3) - (5 \cdot 4)]$ [+49]

41. $[(7 - 3 \cdot 5) : 2] + [(12 + 36 : 9) : 4]$ [0]

42. $(10 : 2 - 7) \cdot [2 \cdot 5 - 3 \cdot (-3)] - (-2) + (2 - 1)^2$ [-35]

43. $(30 : 5 + 10 : 2 + 4) : 3 + 2 \cdot [-(-2)^3 - 3^2]$ [+3]

44. $[(-2)^2 + 2 \cdot (3 \cdot 4 - 3 \cdot 4) \cdot 5] \cdot (10 - 4 + 2)$ [+32]

45. $[(1 - 2 - 3 + 4 + 6) \cdot 6] : 2 + (10 : 2) \cdot (4 - 7)$ [+3]

46. $\{[(5 \cdot 6 - 2 \cdot 3 \cdot 4) + 4 : 2] : 2 - 2 \cdot (1 - 2 + 3)\}^9$ [0]

47. $[2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) - 2 \cdot 3 + 1] \cdot (1 + 2 - 4) - 11$ [-26]

48. $\{1 + 2 \cdot [3 - 4 \cdot (2 - 3)^2]\} \cdot 2 - 2 \cdot 5 \cdot (2^2 - 3)$ [-12]

49. $10^1 : 2 + (-12) : 4 - 21 : (-7) + (-16) : (-2)$ [+13]

50 $1 + 3 \cdot 2 \cdot \{4 + 5 \cdot [(2 - 2^2)^3 + 7]^3\} - 0 : (3 + 1)$ [-5]

51. $[1 + 3 + 4 \cdot (1 - 2^2)] : [(3 \cdot 5 - 2 \cdot 7) \cdot 4 + 4]$ [-1]

52. $5 \cdot \{[(1 - 2^2)^2 + 1]^2 : 20 - 1\} - 13 + 1$ [+8]

53. $-2 \cdot \{[7 \cdot 3 - (-5)^2 + (-1)^3] \cdot [1 + 2 + 3] + 20\}$ [+20]

54. $1^2 - 2^2 + 3^2 + 9 : \{9 : [7 \cdot 5 - 4 \cdot (2 \cdot 5 - 2)]\}$ [+9]

55. $\{[-(2^3 - 3 \cdot 2) - 1]^3 + 3\} : [7 \cdot 5 + 4 \cdot (-6) - 5]$ [-4]

56. $1 + [(-2)(-3) + (-4) + (-5)][-24 : 8 + 8 : (-2)]$ [+22]

57. $[(1 + 3)(2 - 4)(4 - 1) + 2 \cdot 3 \cdot (-1)^4] : (2^0 - 2^2)$ [+6]

58. $\{[(-13 - 23) : 9 - (-15)] \cdot 2 + 2\} : [2 \cdot (-6)] + 2$ [0]

59. $\{[3 - (-5) + (-10) - 12] + 6\} : (-2) - 3^3$ [-23]

60 $-\{[0 \cdot 4 - (-1)^0 - 0 : 10] \cdot 10 - 2 - (-3)^2(-1)^3\}$ [+3]

61. $8 \cdot \{[(5^3 \cdot 2^3 : 10) : (-25) + 6] \cdot (7^4 : 7^3) - 2^2\}$ [+80]

Allineamento in ingresso

Le frazioni e i numeri decimali

Ricorda

$\frac{n}{d}$ è una **frazione**.

- *n* è un numero intero e si chiama numeratore;
- *d* è un numero intero diverso da 0 e si chiama denominatore.

La frazione $\frac{n}{d}$ rappresenta il quoziente tra i numeri *n* e *d*, cioè il loro rapporto.

Per questo non esistono frazioni con denominatore 0.

Una frazione si dice

- **propria** se il numeratore è minore del denominatore;
- **apparente** se il numeratore è un multiplo del denominatore;
- **impropria** se il numeratore è maggiore del denominatore e non è un suo multiplo.

ESEMPIO

- $\frac{5}{7}$ è propria;
- $\frac{14}{7}$ è apparente;
- $\frac{15}{7}$ è impropria.

Due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ sono **equivalenti** se:

$a \cdot d = b \cdot c$.

ESEMPIO $\frac{8}{5}$ e $\frac{16}{10}$ sono due frazioni equivalenti, infatti:

$8 \cdot 10 = 5 \cdot 16 = 80$.

Una frazione $\frac{a}{b}$ è **ridotta ai minimi termini** se *a* e *b* sono primi tra loro.

ESEMPIO

- $\frac{8}{5}$ è ridotta ai minimi termini, infatti 8 e 5 sono primi tra loro, infatti MCD (8; 5) = 1.
- $\frac{10}{15}$ non è ridotta ai minimi termini perché MCD (10; 15) = 5.

Se una frazione non è ridotta ai minimi termini, si può trasformare in una frazione equivalente, che è anche ridotta ai minimi termini.

Come si fa?

> Riduciamo una frazione ai minimi termini.

1. Calcoliamo il MCD di numeratore e denominatore.
2. Dividiamo sia il numeratore sia il denominatore per il loro MCD (stiamo applicando la proprietà invariantiva della divisione).

ESEMPIO Riduciamo la frazione $\frac{42}{30}$ ai minimi termini.

1. Calcoliamo il MCD (42; 30).

   Scomponiamo in fattori primi 42 e 30:

   42 = 2 · 3 · 7

   30 = 2 · 3 · 5

   MCD (42; 30) = 2 · 3 = 6
2. Dividiamo numeratore e denominatore per 6.

   $$\frac{42}{30} = \frac{42:6}{30:6} = \frac{7}{5}$$

> Riduciamo due frazioni **allo stesso denominatore**, cioè cerchiamo due frazioni equivalenti a quelle date che abbiano lo stesso denominatore.

1. <u>Calcoliamo il mcm dei due denominatori: questo è il denominatore di entrambe le frazioni che cerchiamo.</u>
2. <u>Moltiplichiamo ogni numeratore per il quoziente tra il mcm e il suo denominatore: i risultati sono i numeratori delle due frazioni che cerchiamo.</u>

ESEMPIO Riduciamo le frazioni $\frac{5}{7}$ e $\frac{1}{3}$ allo stesso denominatore.

1. <u>Calcoliamo il mcm (7; 3).</u>
   mcm (7; 3) = 21
   Questo è il denominatore di entrambe le frazioni che cerchiamo.
2. <u>Calcoliamo i numeratori.</u>
   $$\frac{5 \cdot 3}{21} = \frac{15}{21}$$
   $$\frac{1 \cdot 7}{21} = \frac{7}{21}$$

> Confrontiamo due frazioni per stabilire qual è la maggiore.

Se i denominatori sono uguali

<u>È maggiore la frazione che ha numeratore maggiore.</u>

Se i denominatori sono diversi

1. <u>Riduciamo le frazioni allo stesso denominatore.</u>
2. <u>Confrontiamo i numeratori.</u>

ESEMPIO Confrontiamo $\frac{7}{15}$ e $\frac{12}{15}$.

I denominatori sono uguali

$\frac{12}{15} > \frac{7}{15}$ perché 12 > 7.

5 Test A quale delle seguenti frazioni è equivalente $\frac{112}{28}$?

A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{56}{15}$ C. $\frac{28}{4}$ D. $\frac{28}{7}$

6 Test A quale delle seguenti frazioni è equivalente $\frac{12}{18}$?

A. $\frac{46}{80}$ B. $\frac{9}{14}$ C. $\frac{60}{90}$ D. $\frac{3}{2}$

7 Vero o falso?

a. Se riduciamo $\frac{28}{16}$ ai minimi termini, otteniamo $\frac{14}{8}$. V F

b. Se riduciamo $\frac{25}{15}$ ai minimi termini, otteniamo $\frac{5}{3}$. V F

c. Se riduciamo $\frac{56}{7}$ ai minimi termini, otteniamo un numero intero. V F

8 Test Se riduciamo $\frac{3}{10}$ e $\frac{1}{6}$ al minimo comune denominatore otteniamo:

A. $\frac{18}{60}$ e $\frac{10}{60}$. B. $\frac{9}{30}$ e $\frac{10}{30}$. C. $\frac{18}{60}$ e $\frac{5}{60}$. D. $\frac{9}{30}$ e $\frac{5}{30}$.

9 Test Quale delle seguenti disuguaglianze *non* è vera?

A. $\frac{8}{9} > \frac{8}{15}$ B. $\frac{7}{3} < \frac{15}{6}$ C. $\frac{3}{4} < \frac{5}{7}$ D. $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

10 Test Quale delle seguenti disuguaglianze è vera?

A. $\frac{6}{5} > \frac{5}{8}$ B. $\frac{3}{4} > \frac{6}{7}$ C. $\frac{20}{3} < \frac{19}{6}$ D. $\frac{2}{5} < \frac{2}{7}$

Ricorda

A ogni frazione si può associare un numero intero o un numero decimale (cioè con la virgola). Due frazioni equivalenti rappresentano lo stesso numero.

Se una frazione è apparente le si può associare un numero intero.

ESEMPIO $\frac{12}{4}$ = 3 perché 12 : 4 = 3.

Se una frazione ha un denominatore 10, 100, 1000… si dice **frazione decimale** e si può scrivere come un numero decimale finito (cioè con un numero finito di cifre dopo la virgola).

ESEMPIO $\frac{5}{10}$ = 0,5 perché 5 : 10 = 0,5.

Se il denominatore di una frazione ridotta ai minimi termini contiene come fattori primi solo il 2 e il 5, si può scrivere come frazione decimale.

ESEMPIO

- $\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{15}{10}$ = 1,5
- $\frac{1}{25} = \frac{1 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{4}{100}$ = 0,04

Se non è possibile trasformare una frazione in frazione decimale, il numero associato è periodico, cioè ha infinite cifre decimali che, da un certo punto in poi, si ripetono sempre uguali.

ESEMPIO

- $\frac{1}{3} = 0{,}33333 \ldots = 0{,}\overline{3}$
- $\frac{4}{15} = 0{,}26666 \ldots = 0{,}2\overline{6}$

  La cifra 2 non si ripete periodicamente e si chiama *antiperiodo*.
- $\frac{1}{11} = 0{,}090909 \ldots = 0{,}\overline{09}$

Come si fa?

Dalla frazione al numero decimale

> Scriviamo una frazione sotto forma di numero decimale.

1. Eseguiamo la divisione fra numeratore e denominatore.
2. Se otteniamo un resto uguale a 0, ci fermiamo.
   Altrimenti da un certo punto in poi i resti si ripetono con regolarità e anche le cifre del quoziente: il numero decimale è periodico.

ESEMPIO Scriviamo $\frac{5}{2}$ sotto forma di numero decimale.

1. Eseguiamo la divisione fra numeratore e denominatore.
   5 : 2 = 2,5

5	2
1 0	2,5
0	

2. Abbiamo ottenuto un resto uguale a 0, quindi ci fermiamo.
   $\frac{5}{2}$ = 2,5

ESEMPIO Scriviamo $\frac{5}{3}$ sotto forma di numero decimale.

1. Eseguiamo la divisione fra numeratore e denominatore.
   5 : 3 = 1,666…

5	3
2 0	1,666…
2 0	
2 0	
…	

2. Il resto 2 si ripete ogni volta, quindi il numero è periodico.
   La cifra periodica è 6, quindi:
   $\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$.

Dal numero decimale alla frazione

> Scriviamo la frazione generatrice di un numero **decimale finito**.

1. Il numeratore è il numero decimale, scritto senza virgola.
2. Il denominatore è 1, 10, 100, 1000…: ci sono tanti 0 quante sono le cifre dopo la virgola.
3. Riduciamo poi la frazione ai minimi termini.

ESEMPIO Scriviamo la frazione generatrice del numero 0,35.

1. Il numeratore è il numero decimale, scritto senza virgola.
   $\frac{35}{?}$
2. Il denominatore è 1, 10, 100, 1000…: ci sono tanti 0 quante sono le cifre dopo la virgola.
   0,35 ha due cifre dopo la virgola, quindi il numeratore è 100:
   $\frac{35}{100}$.
3. Riduciamo $\frac{35}{100}$ ai minimi termini.
   Calcoliamo il MCD (35, 100):
   $35 = 5 \cdot 7$
   $100 = 2^2 \cdot 5^2$
   MCD (35, 100) = 5
   Quindi: $\frac{35:5}{100:5} = \frac{7}{20}$.

> Scriviamo la frazione generatrice di un numero **decimale periodico.**

Il numeratore è la differenza tra il numero decimale, scritto senza virgola, e

1. Il numeratore è la differenza tra il numero decimale, scritto senza virgola e senza periodo, e il numero formato da tutte le cifre che precedono il periodo.
2. Il denominatore è il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.
3. Riduciamo poi la frazione ai minimi termini.

ESEMPIO Scriviamo la frazione generatrice del numero $1,\overline{3}$.

1. Il numeratore è la differenza tra il numero decimale, scritto senza virgola e senza periodo, e il numero formato da tutte le cifre che precedono il periodo.
   $\frac{13-1}{?}=\frac{12}{?}$
2. Il denominatore è il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo (in questo caso non c'è l'antiperiodo).
   Il periodo è formato da una sola cifra, cioè 3, quindi:
   $\frac{12}{9}$.
3. Riduciamo $\frac{12}{9}$ ai minimi termini.
   Calcoliamo il MCD (12, 9):
   $12 = 2^2 \cdot 3$
   $9 = 3^2$
   MCD (12, 9) = 3
   Quindi: $\frac{12:3}{9:3}=\frac{4}{3}$.

ESEMPIO Scriviamo la frazione generatrice del numero $0,1\overline{3}$.

1. Il numeratore è la differenza tra il numero decimale, scritto senza virgola e senza periodo, e il numero formato da tutte le cifre che precedono il periodo.
   $\frac{13-1}{?}=\frac{12}{?}$
2. Il denominatore è il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.
   Il periodo è formato da una sola cifra, cioè 3, e l'antiperiodo è formato da una sola cifra, cioè 1. Quindi: $\frac{12}{90}$.
3. Riduciamo $\frac{12}{90}$ ai minimi termini.
   Calcoliamo il MCD (12, 90):
   $12 = 2^2 \cdot 3$
   $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ →MCD (12, 90) = 6
   Quindi: $\frac{12:6}{90:6}=\frac{2}{15}$.

Prova tu

1 Vero o falso?

a. $\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$ V F

b. $\frac{3}{12} = 0,\overline{25}$ V F

c. $\frac{7}{18} = 0,\overline{38}$ V F

d. $\frac{2}{25} = 0{,}08$ V F

2 Test Quale delle seguenti frazioni genera un numero decimale finito?

A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{15}$

3 Test Quale delle seguenti frazioni genera un numero decimale periodico?

A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{3}{6}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{25}$

4 Test La frazione generatrice del numero 2,3 è:

A. $\frac{23}{10}$ B. $\frac{21}{9}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{23}{9}$

5 Test La frazione generatrice del numero $4,\overline{1}$ è:

A. $\frac{41}{10}$ B. $\frac{37}{9}$ C. $\frac{40}{9}$ D. $\frac{4}{9}$

6 Test La frazione generatrice del numero $0{,}3\overline{1}$ è:

A. $\frac{31}{10}$ B. $\frac{14}{5}$ C. $\frac{28}{9}$ D. $\frac{14}{45}$

ESERCIZI DI RIEPILOGO

Riduci ai minimi termini queste frazioni.

1. $\frac{5}{75}$

2. $\frac{72}{30}$

3. $\frac{72}{40}$

4. $\frac{66}{11}$

5. $\frac{25}{90}$

6. $\frac{20}{55}$

7. $\frac{22}{4}$

8. $\frac{27}{9}$

9. $\frac{18}{4}$

10. $\frac{32}{12}$

11. $\frac{125}{15}$

12. $\frac{7}{21}$

13. $\frac{10}{45}$

14. $\frac{12}{60}$

15. $\frac{15}{75}$

16. $\frac{120}{144}$

17. **Associa** ogni frazione (a-d) a una frazione equivalente (1-4).

a. $\frac{7}{5}$ b. $\frac{56}{28}$ c. $\frac{56}{8}$ d. $\frac{54}{21}$

1. $\frac{14}{2}$ 2. $\frac{14}{7}$ 3. $\frac{36}{14}$ 4. $\frac{49}{35}$

Completa con uno di questi simboli: < , > oppure =.

18. $\frac{13}{9} \ldots \frac{39}{27}$

19. $\frac{15}{21} \ldots \frac{12}{18}$

20 $\frac{2}{5} \ldots \frac{26}{65}$

21. $\frac{8}{20} \ldots \frac{9}{30}$

22. $\frac{7}{5} \ldots \frac{7}{10}$

23. $\frac{30}{60} \ldots \frac{60}{120}$

24. $\frac{26}{6} \ldots \frac{156}{36}$

25. $\frac{14}{30} \ldots \frac{24}{50}$

26. $\frac{16}{28} \ldots \frac{8}{4}$

27. $\frac{25}{4} \ldots \frac{100}{16}$

28. $\frac{3}{9} \ldots \frac{29}{19}$

29. $\frac{15}{20} \ldots \frac{17}{30}$

30. $\frac{6}{12} \ldots \frac{72}{124}$

Metti in ordine crescente i seguenti gruppi di frazioni.

31. $\frac{5}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{2}, \frac{5}{10}$.

32. $\frac{5}{3}, \frac{11}{6}, 2, \frac{28}{18}$.

33. $\frac{7}{14}, \frac{14}{21}, \frac{1}{7}, \frac{28}{7}$.

34. $\frac{13}{26}, \frac{13}{12}, 1, \frac{12}{13}$.

35. $\frac{12}{20}, \frac{12}{45}, \frac{12}{6}, \frac{12}{30}$.

36. $\frac{8}{8}, \frac{9}{8}, 3, \frac{8}{16}$.

37. $\frac{8}{16}, \frac{1}{8}, \frac{16}{32}, \frac{28}{28}$.

38. $\frac{15}{8}, \frac{15}{19}, \frac{15}{22}, \frac{15}{13}$.

39. $\frac{1}{3}, \frac{13}{36}, \frac{22}{72}, \frac{1}{9}$.

40. $\frac{27}{9}, \frac{15}{16}, \frac{18}{36}, \frac{28}{27}$.

Stabilisci, senza fare i conti, se queste frazioni rappresentano numeri interi, decimali finiti o periodici. Per i periodici, indica se hanno l'antiperiodo.

41. $\frac{54}{27}$ **43.** $\frac{120}{25}$ **45.** $\frac{24}{5}$ **47.** $\frac{28}{100}$ **49.** $\frac{7}{3}$

42. $\frac{13}{5}$ **44.** $\frac{13}{9}$ **46.** $\frac{75}{9}$ **48.** $\frac{36}{25}$ **50.** $\frac{12}{5}$

Scrivi la frazione generatrice di questi numeri decimali.

51. 1,25

52. 3,4

53. 5,2

54. 4,22

55. 12,35

56. $0,\overline{6}$

57. $11,\overline{3}$

58. $7,\overline{22}$

59. $32,\overline{3}$

60. $5,\overline{75}$

61. $0,1\overline{6}$

62. $25,\overline{2}$

63. $5,8\overline{2}$

64. $7,5\overline{6}$

65. $4,5\overline{9}$

66. $3,9\overline{3}$

67. $3,7\overline{3}$

68. $0,5\overline{3}$

69. $7,\overline{91}$

70. $5,\overline{99}$

ESERCIZI IN PIÙ
ESPRESSIONI CON I RAZIONALI

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

1 $\left[\left(-\frac{1}{4}\right)^6 : \left(-\frac{1}{2}\right)^6\right] : \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

2 $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(-\frac{2}{3}\right)^0$ $[1]$

3 $\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)^5\right]^2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2:\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^8\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^7\right]$ $\left[\frac{27}{8}\right]$

4 $\left(-\frac{3}{5}\right)^8:\left(1-\frac{2}{5}\right)^5\cdot\left[\left(2+\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{5}{2}\right]-1$ $\left[\frac{19}{8}\right]$

5 $\left(2-\frac{14}{9}\right)^2:\left(-\frac{2}{3}\right)^2-\left(2-\frac{5}{3}\right)^4:\frac{1}{27}-\frac{2}{9}$ $\left[-\frac{1}{9}\right]$

6 $\left[\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{7}-5\right)-3\right]\cdot\frac{2}{16}-\left(\frac{2}{3}+1\right)\cdot\left(2-\frac{1}{5}\right)$ $\left[-\frac{7}{2}\right]$

7 $\left(1-\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left[\left(\frac{7}{2}\right)^2\cdot\left(-3-\frac{1}{2}\right)^3:\left(-1-\frac{5}{2}\right)^4+1\right]$ $\left[-\frac{9}{4}\right]$

8 $\left[\left(\frac{2}{35}-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{7}-1\right)\right]:\left[\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)\right]\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)^0-\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ $\left[\frac{3}{8}\right]$

9 $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}+\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\left(1+\frac{4}{5}\right):\frac{1}{5}\right]-\left[\frac{1}{7}+\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{14}+1\right)\right]\cdot\frac{7}{11}-(-2^3)$ $\left[-\frac{1}{6}\right]$

10 $\left\{\left[\left(3-\frac{13}{11}\right):\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{11}\right)\right]-\frac{3}{5}\right\}\cdot\frac{8}{3}-\left[\frac{4}{3}:\frac{1}{3}-4+\frac{(-2)^4}{5}\right]$ $\left[-\frac{8}{15}\right]$

11 $\left\{\left[\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{2}{13}+3\right)-\frac{30}{12}\right]:\frac{7}{4}-\frac{2}{3}\right\}\cdot\frac{3}{5}-\frac{2}{5}+\frac{9^3}{36}:\frac{3^4}{4}$ $\left[\frac{2}{5}\right]$

12 $\left\{\left[\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2+\frac{1}{2}\right]:\left(-\frac{17}{27}\right)+\frac{3}{4}\right\}^2-\left(\frac{1}{32}\right)^3:\left(\frac{1}{128}\right)^2+\frac{1}{2}$ $\left[\frac{1}{16}\right]$

13 $\left\{\left[-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{6}\right)^4:\left(-\frac{1}{6}\right)^3\right]:\left(\frac{17}{5}\right)^2\right\}\cdot\left\{\frac{1}{5}+\left(1+\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left[\left(-\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2-1\right]\right\}$ $\left[\frac{1}{17}\right]$

14 $$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^4:\left(+\frac{1}{2}\right)^2+\left[\left(\frac{23}{30}-\frac{13}{18}\right)\cdot\left(\frac{23}{15}-\frac{1}{30}\right)\right]:\frac{3}{2}-\frac{5}{4}}{\left[\frac{13}{12}-\left(\frac{7}{9}-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{9}\right]-\left(-\frac{7}{18}+\frac{1}{12}+\frac{5}{6}\right)-\frac{1}{3}+1}$$ $\left[-\frac{43}{45}\right]$

15 $$\frac{\left(\frac{8}{3}-2-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-\frac{7}{3}+\frac{13}{12}\right)\cdot\frac{15}{2}-\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(1+\frac{7}{2}-\frac{3}{4}\right)\right]\cdot\frac{15}{4}}{\left[\left(1+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{9}\right)}$$ $\left[\frac{285}{28}\right]$

16 $4+\dfrac{\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{3}:\dfrac{2}{5}\right):\left(\dfrac{3}{5}+\dfrac{5}{3}-1\right)}{\left(2+\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{4}{7}\right)}+\dfrac{\dfrac{5}{9}+\dfrac{1}{3}}{\dfrac{4}{3}:\dfrac{5}{2}}-8+\dfrac{2}{3}$ $\left[\dfrac{4}{3}\right]$

17 $\dfrac{2-\left(-\dfrac{1}{64}\right)\cdot\left(8+\dfrac{1}{3}\right)^2\cdot\left(8-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(-1-\dfrac{1}{5}\right)^3\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1-\dfrac{1}{5}\right)^2-\dfrac{1}{3}}{\left(\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{12}+\dfrac{5}{6}\right)+\left\{-\dfrac{5}{8}+\left[\dfrac{15}{4}+\left(-\dfrac{15}{28}-2-\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{7}\right)\right]\right\}}-\dfrac{3}{5}$ $\left[-\dfrac{1}{15}\right]$

18 $\dfrac{\left[\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{9}{25}\cdot\dfrac{5}{18}\right)^2:\left(1+\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{10}\right)^2\right]\cdot\left(\dfrac{7}{20}-1\right)+3-\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{3}}{\left[\left(1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\right)\cdot 2+\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}\right)\cdot 3\right]:\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}}$ $\left[\dfrac{41}{20}\right]$

19 $\dfrac{\dfrac{9}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{6}-\dfrac{3}{12}\right)-\left[\dfrac{5}{6}\cdot\left(\dfrac{7}{5}-\dfrac{7}{20}\right)-\dfrac{1}{4}\cdot\left(\dfrac{8}{3}-2-\dfrac{1}{6}\right)\right]\cdot 2}{\left\{\left(2+\dfrac{1}{4}+\dfrac{5}{12}\right)^2:\left[\left(\dfrac{6}{5}-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)^4:\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^2\right]\right\}\cdot\dfrac{15}{16}}$ $\left[-\dfrac{1}{8}\right]$

20 $\dfrac{\left[\left(2-\dfrac{1}{2}\right)+\left(-2+\dfrac{1}{3}\right)+\left(4-\dfrac{1}{6}\right)-1\right]:2^3-\dfrac{4}{3}}{\left\{\left[(-2)^2+(-3)^3-\left(\dfrac{12}{5}\right)^0\right]\cdot\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2-\dfrac{1}{25}\right\}\cdot\dfrac{3}{4}}$ $\left[\dfrac{4}{3}\right]$

21 $\dfrac{\left[\left(\dfrac{23}{30}-\dfrac{13}{18}\right)\cdot\left(\dfrac{23}{15}-\dfrac{1}{30}\right)\right]:\dfrac{3}{2}-1}{\left[\dfrac{13}{12}-\left(\dfrac{7}{9}-\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{2}{9}\right]-\left(-\dfrac{7}{18}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{5}{6}\right)-\dfrac{1}{3}+1}$ $\left[-\dfrac{43}{45}\right]$

22 $4+\dfrac{\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{3}:\dfrac{2}{5}\right):\left(\dfrac{3}{5}+\dfrac{5}{3}-1\right)}{\left(2+\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{4}{7}\right)}+\dfrac{\dfrac{5}{9}+\dfrac{1}{3}}{\dfrac{4}{3}:\dfrac{5}{2}}-8+\dfrac{2}{3}$ $\left[\dfrac{4}{3}\right]$

23 $\dfrac{2-\left(-\dfrac{1}{64}\right)\cdot\left(8+\dfrac{1}{3}\right)^2\cdot\left(8-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(-1-\dfrac{1}{5}\right)^3\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1-\dfrac{1}{5}\right)^2-\dfrac{1}{3}}{\left(\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{12}+\dfrac{5}{6}\right)+\left\{-\dfrac{5}{8}+\left[\dfrac{15}{4}+\left(-\dfrac{15}{28}-2-\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{7}\right)\right]\right\}}-\dfrac{3}{5}$ $\left[-\dfrac{1}{15}\right]$

24 $\dfrac{\left[\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{9}{25}\cdot\dfrac{5}{18}\right)^2:\left(1+\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{10}\right)^2\right]\cdot\left(\dfrac{7}{20}-1\right)+3-\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{3}}{\left[\left(1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\right)\cdot 2+\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}\right)\cdot 3\right]:\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}}$ $\left[\dfrac{41}{20}\right]$

25 $\left\{\left[\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}\right)+\left(\dfrac{1}{7}\right)^3:\left(\dfrac{1}{7}\right)^2\right]\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^2\right\}:\left\{\left[1-\left(1+\dfrac{3}{4}\right)^2:\left(\dfrac{1}{8}+\dfrac{47}{16}\right)^2\right]-\dfrac{8}{49}\right\}$ $\left[\dfrac{21}{10}\right]$

26 $\left\{1+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)^2:\left[\left(1-\frac{7}{15}\right)^4\cdot\left(\frac{9}{8}+\frac{3}{4}\right)^3\right]-\left(1-\frac{3}{5}\right)^2\cdot 5\right\}\cdot\left[1-\left(\frac{3}{2}\right)^4:\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\right)^2\cdot\left(2-\frac{7}{9}\right)\right]$ $\left[\frac{2}{15}\right]$

27 $\left\{\left[1+\left(1-\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\cdot 5\right]\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{15}\right)^2\right\}\cdot\left[1+\left(\frac{1}{7}+\frac{2}{21}\right)^2\cdot\left(\frac{21}{2}\right)^5:\left(\frac{21}{2}\right)^3\cdot\frac{2}{5}\right]$ $\left[\frac{35}{6}\right]$

28 $\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{20}\right)^4\cdot 5^3+\left(\frac{7}{5}-\frac{11}{10}\right)^2:\frac{3}{10}-\frac{1}{15}\right]:\left\{\left(1-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{17}{15}\right)^2\cdot\left[\left(\frac{3}{2}+1\right)^2\cdot\right.\right.$

$\left.\left.\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{20}\right)^2-\frac{1}{4}\right]\right\}$ $\left[\frac{39}{80}\right]$

29 $\left[\left(\frac{5}{4}+\frac{13}{12}\right)\cdot\left(\frac{21}{10}-\frac{21}{20}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{21}\right)\cdot\frac{4}{7}\right]-\left\{\left[1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)^4:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{15}\right)^2:\right.\right.$

$\left.\left.:\left(\frac{1}{7}+\frac{4}{21}\right)\right]^3\cdot\left(\frac{4}{15}+\frac{1}{6}+\frac{19}{60}\right)^3\right\}$ $\left[-\frac{1}{5}\right]$